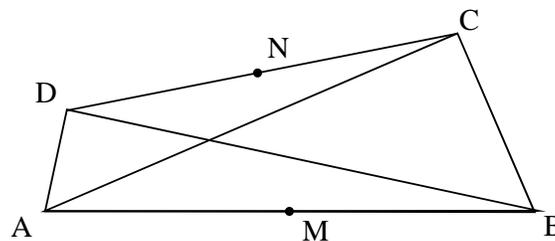


Exercice 1

Sur la figure ci-dessous, les triangles ACB et ADB sont rectangles respectivement en C et en D. Les points M et N sont les milieux respectifs des segments [AB] et [CD].



1. Raisonnons de façon un peu informelle : ABD est rectangle en D et ACB est rectangle en C. Donc [AB] est l'hypoténuse commune de ces deux triangles rectangles. M étant le milieu de ce segment est équidistant de A, B et C, d'une part, et de A, C et B, d'autre part. On va ainsi facilement montrer : $MD = MC$.

Détaillons maintenant les choses :

Données : ACB est un triangle rectangle en C et M est le milieu de [AB].

Propriété : dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est équidistant des trois sommets.

Conclusion : $MA = MB = MC$.

De façon similaire, en raisonnant avec le triangle ADB, on établit : $MA = MB = MD$.

Des deux égalités obtenues, on tire : $MC = MD$.

Données : $MC = MD$.

Propriété : si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Conclusion : M appartient à la médiatrice du segment [DC].

Le point M appartient à la médiatrice du segment [DC].

2. N étant le milieu du segment $[CD]$, il appartient à sa médiatrice. Les points M et N appartenant à la médiatrice du segment $[CD]$, la droite (MN) est la médiatrice de ce segment.

Données : la droite (MN) est la médiatrice du segment $[CD]$.

Définition : la médiatrice d'un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement en son milieu.

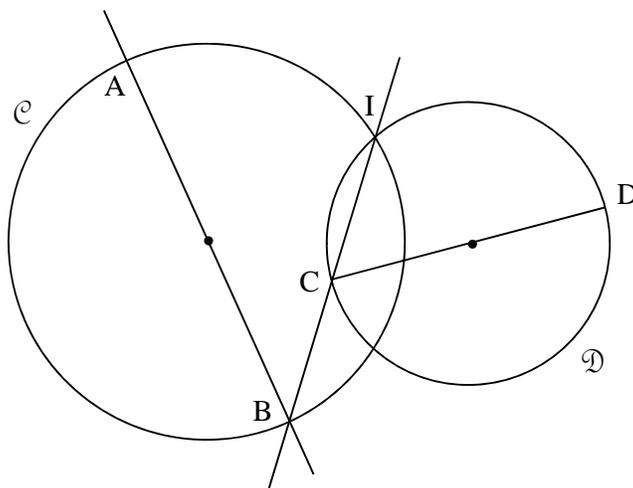
Conclusion : les droites (MN) et (CD) sont perpendiculaires.

Les droites (MN) et (CD) sont perpendiculaires.

Exercice 2

Dans la figure ci-dessous :

- I appartient aux cercles \mathcal{C} et \mathcal{D} et $[AB]$ est un diamètre du cercle \mathcal{C} ;
- La droite (BI) recoupe \mathcal{D} en C et $[CD]$ est un diamètre de \mathcal{D} .



1. **Données :** le triangle AIB est inscrit dans le cercle \mathcal{C} et $[AB]$ en est un diamètre.

Propriété : si un triangle est inscrit dans un cercle et que l'un de ses côtés est un diamètre de ce cercle alors il est rectangle et admet ce diamètre pour hypoténuse.

Conclusion : le triangle AIB est rectangle en I.

On montre de façon analogue que le triangle ICD est rectangle en I.

Les triangles IAB et ICD sont rectangles en I.

2. Les triangles IAB et ICD étant rectangles en I, on a immédiatement : $(IA) \perp (IB)$ et $(IC) \perp (ID)$.

D'après l'énoncé, le point C appartient à la droite (IB) . On a donc : $(IB) \perp (ID)$.

Données : $(IA) \perp (IB)$ et $(IB) \perp (ID)$.

Propriété : si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles.

Conclusion : les droites (IA) et (ID) sont parallèles.

Comme ces deux droites admettent un point commun (le point I), on en conclut finalement qu'elles sont confondues. Ainsi, les points A, I et D sont alignés.

Les points A, I et D sont alignés.
